

## UČNI NAČRT PREDMETA/COURSE SYLLABUS

**Predmet:** Navadne diferencialne enačbe in linearna algebra - PAP  
**Course title:** Ordinary differential equations and linear algebra - PAP

Študijski programi in stopnja	Študijska smer	Letnik	Semestri
Strojništvo - projektno aplikativni program, prva stopnja, visokošolski strokovni	Ni členitve (študijski program)	1. letnik	Letni

**Univerzitetna koda predmeta/University course code:** 3007-V

Predavanja	Seminar	Vaje	Klinične vaje	Druge oblike študija	Samostojno delo	ECTS
45		45			35	5

**Nosilec predmeta/Lecturer:** Aljoša Peperko, Boštjan Gabrovšek, Janez Žerovnik

**Vrsta predmeta/Course type:** Obvezni splošni predmet/Compulsory general course

**Jeziki/Languages:**

Predavanja/Lectures:	Slovenščina
Vaje/Tutorial:	Slovenščina

**Pogoji za vključitev v delo oz. za opravljanje študijskih obveznosti:** **Prerequisites:**

-	-
---	---

### Vsebina:

Navadne diferencialne enačbe

- Osnovni pojmi.
  - Modeliranje z diferencialnimi enačbami. Primeri navadnih diferencialnih enačb. Grafična metoda. Enačba z ločljivima spremenljivkama.
- Metoda integrirajočih množiteljev.
  - Linearne diferencialne enačbe 1.reda. Homogene in nehomogene enačbe. Splošna metoda za reševanje linearne enačbe prvega reda.
- Aplikacije.
  - Populacijska dinamika. Bernoulijeva enačba. Homogene enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti. Karakteristična kvadratna enačba.
- Nehomogene enačbe drugega reda.
  - Metode za reševanje nehomogenih linearnih diferencialnih enačb drugega reda: variacija konstant, metoda nedoločenih koeficientov.
- Primeri iz fizike in tehnike.
  - asno-vzmetni sistemi. Vsiljene oscilacije. Resonanca. Euler-Cauchyjeve enačbe.
- Prevedba preprostih sistemov linearnih diferencialnih enačb na linearno diferencialno enačbo drugega reda.
  - Uporaba Laplaceove transformacije za reševanje linearnih sistemov diferencialnih enačb. Uporaba na

### Content (Syllabus outline):

Ordinary differential equations.

- Basics.
  - Modelling with differential equations. Examples of ordinary differential equations. Graphical method. Separable ordinary differential equations.
- Integrating factors.
  - Linear differential equations of first order. Homogeneous and nonhomogeneous equations. General method for solving a linear differential equation of first order.
- Applications.
  - Population dynamics. Bernoulli equation. Homogeneous linear differential equations of second order with constant coefficients. Characteristic square equation.
- Nonhomogeneous linear differential equations of second order.
  - Methods for solving nonhomogeneous linear differential equations of second order: variation of constants, methods of unknown coefficients.
    - Examples from physics and engineering.
  - Mass-spring systems. Forced oscillations. Resonance. Euler-Cauchy equations.
- Solving special simple systems of linear differential equations by solving an associate linear differential

<p>fizikalnih primerih.</p> <p>Linearna algebra; vektorji in matrike</p> <p>7. Koordinatni sistem v prostoru (kartezične, polarne, sferične, valjaste, naravne koordinate).</p> <p>- Definicija vektorja. Osnovne operacije v brezkoordinatnem in koordinatnem zapisu.</p> <p>8. Standardna ortonormirana baza.</p> <p>- Linearna neodvisnost vektorjev in baza prostora.</p> <p>Skalarni in vektorski produkt. Osnovne lastnosti produktov. Fizikalni pomen produktov in uporaba za računanje kotov, navorov, ploščin.</p> <p>9. Mešani produkt, determinante reda 3, prostornine.</p> <p>- Dvakratni vektorski produkt. Enačbi ravnine in premice v prostoru.</p> <p>10. Uporaba enačb ravnine in premice za računanje razdalj med geometrijskimi objekti (razdalja med točko in premico, med točko in ravnino, med dvema premicama) in za reševanje drugih geometrijskih nalog.</p> <p>11. Matrike in osnovne operacije.</p> <p>- Seštevanje matrik, množenje matrike s številom, množenje matrik. Determinante. Osnovne lastnosti determinante.</p> <p>12. Inverzne matrike.</p> <p>- Karakterizacija obrnljivih matrik. Reševanje matričnih enačb. Sistemi linearnih enačb. Zapis sistema enačb v obliki matrične enačbe.</p> <p>13. Gaussov postopek.</p> <p>- Analiza rešljivosti sistema enačb. Računanje inverzne matrike z Gaussovim postopkom. Cramerjev izrek o rešitvah enolično rešljivega sistema linearnih enačb.</p> <p>14. Lastni vektorji in lastne vrednosti matrik.</p> <p>- Metoda za računanje lastnih vrednosti in lastnih vektorjev.</p> <p>Linearni sistemi diferencialnih enačb 1.reda</p> <p>15. Linearni sistemi diferencialnih enačb kot modeli v inženirstvu.</p> <p>- Splošna rešitev. Metoda lastnih vrednosti in lastnih vektorjev za homogene sisteme 1.reda s konstantnimi koeficienti. Partikularna rešitev nehomogenega sistema.</p>	<p>equation of second order.</p> <p>- Application of Laplace transform for solving systems of linear differential equations. Applications on examples from physics.</p> <p>Linearna algebra; vectors and matrices:</p> <p>7. Coordinate system in Euclidean space (Cartesian, polar, spherical, natural coordinates).</p> <p>- Definition of vectors. Basic operations in coordinate and noncoordinate form.</p> <p>8. Standard orthonormed basis.</p> <p>- Linear independence of vectors and basis of space.</p> <p>Scalar and vector product. Basic properties of the products. Physical meaning of the products and applications for calculation of angles, torque, volumes.</p> <p>9. Mixed product, determinants of order 3, volumes.</p> <p>- Double vector product. Equations of planes and lines in the Euclidean space.</p> <p>10. Applications of these equations for calculation of lengths between geometrical objects (length between a point and a line, between a point and a plane, between two lines) and for solving other geometric assignments.</p> <p>11. Matrices and basic operations</p> <p>- Sumation of matrices, multiplication with a scalar, multiplication of matrices. Determinants. Basic properties of determinants.</p> <p>12. Invertible matrices.</p> <p>- Characterization of invertible matrices. Solving matrix equations. Systems of linear equations. Linear systems written in the form of a matrix equation.</p> <p>13. Gauss algorithm.</p> <p>- Analysis of solvability of linear systems. Gauss Jordan algorithm. Cramer rule.</p> <p>14. Eigenvectors and eigenvalues of matrices.</p> <p>- Method of calculation of eigenvalues and eigenvectors.</p> <p>Linear systems of differential equations of order 1</p> <p>15. Linear systems of differential equations as models in engineering.</p> <p>- General solution. Method of eigenvalues and eigenvectors for homogeneous systems of order 1 with constant coefficients. Particular system of nonhomogeneous system.</p>
--	--

#### Temeljna literatura in viri/Readings:

1. ŽEROVNIK, Janez. Matematika Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2014.
2. ŽEROVNIK, Janez. Tehniška matematika 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2010.
3. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 1 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2015.
4. NOVAK, Tina, PEPERKO, Aljoša, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 2 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2019
5. ŽEROVNIK, Janez, BANIČ, Iztok, HRASTNIK LADINEK, Irena, ŠPACAPAN, Simon. Zbirka rešenih nalog iz tehniške matematike. 4. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2011.
6. E. Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics, Wiley, 9th Edition, 2006
7. PEPERKO, Aljoša, PERMAN, Mihael, RUPNIK POKLUKAR, Darja. Matematika 3 : naloge in postopki reševanja. 1. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 201 184 str.,
8. Vidav, Višja matematika I, II, III, Ljubljana 1976

9. MIZORI-OBLAK, Pavlina. Matematika za študente tehnike in naravoslovja. Del 2. 6. izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 1997.

**Cilji in kompetence:**

- Cilji:
1. Študenti spoznajo osnovno teoretično podlago iz področij navadnih diferencialnih enačb in linearne algebre.
  2. Spoznajo teoretične osnove metod za reševanje in izpeljavo rešitev nekaterih fizikalnih in tehniških problemov
- Kompetence:
1. Sposobnost uporabe pridobljenih matematičnih znanj s področij navadnih diferencialnih enačb in linearne algebre za modeliranje, reševanje in evalviranje strokovnih tehniških problemov v strojništvu (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP)
  2. Sposobnost samostojnega pridobivanja ustreznega matematičnega znanja za namen reševanja strokovnih inženirskih problemov (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP).

**Objectives and competences:**

- Objectives:
1. Students learn theoretical basis the of linear algebra and ordinary differential equations.
  2. Students learn theoretical foundations of methods to solve some physical and engineering problems.
- Competences:
1. The ability to apply the obtained mathematical knowledge linear algebra and ordinary differential equations for analysis, modelling, and solving of mechanical engineering problems (S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, S4-PAP, S5-PAP, P2-PAP)
  2. The ability to acquire new adequate mathematical knowledge for solving professional engineering problems (S5-PAP, S1-PAP, S2-PAP, S6-PAP, P2-PAP).

**Predvideni študijski rezultati:**

- Znanja:
- Obvladajo osnovne metode iz področij področij navadnih diferencialnih enačb in linearne algebre (Z1).
  - Razumejo matematične modele nekaterih fizikalnih in tehniških problemov (Z1).
- Spretnosti:
- Spretnost samostojnega matematičnega eksaktnega modeliranja primerno zahtevnih strokovnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).
  - Trdna analitična spretnost razmišljanja in analitično-sintetičnega reševanja eksaktnih problemov (S1.2, S1.3, S1.4).

**Intended learning outcomes:**

- Knowledge:
- Mastering the basic methods of ordinary differential equations and linear algebra (Z1).
  - Understanding mathematical models of some problems from physics and some technical problems (Z1).
- Skills:
- The skill of independent mathematical exact modelling of suitably demanding professional problems (S1.2, S1.3, S1.4).
  - Solid analytic skill of thinking and analitic-synthetic solving of exact problems (S1.2, S1.3, S1.4).

**Metode poučevanja in učenja:**

- P1 Avditorna predavanja z reševanjem izbranih - za področje značilnih - teoretičnih in praktično uporabnih primerov.
- P2 Obravnava snovi po urejeni in vnaprej razloženi sistematiki.
- P3 Avditorne vaje, kjer se teoretično znanje s predavanj podkrepi z računskimi primeri.
- P12 Individualizirane domače naloge v spletni učilnici

**Learning and teaching methods:**

- P1 Auditorial lectures with solving selected field-specific theoretical and applied use cases.
- P2 Presenting the content according to the explained system.
- P3 Auditorial exercises, in which theoretical content from the lectures is supplemented with practical examples.
- P12 Individualised homeworks in a web classroom.

**Načini ocenjevanja:**

Pisni izpit

**Delež/Weight**

100,00 %

**Assessment:**

Written exam.

**Reference nosilca/Lecturer's references:**

Janez Žerovnik:

1. SHAO, Zehui, LI, Zepeng, PEPPERKO, Aljoša, WAN, Jiafu, **ŽEROVNIK, Janez**. Independent rainbow domination of graphs. *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*, ISSN 0126-6705, March 2019, vol. 42, iss. 2, str. 417-435.

2. VIZINGER, Tea, **ŽEROVNIK, Janez**. A stochastic model for better planning of product flow in retail supply chains. *The Journal of the Operational Research Society*, ISSN 0160-5682, 2019, vol. 70, iss. 11, str. 1900-1914.
3. NOVAK, Tina, RUPNIK POKLUKAR, Darja, **ŽEROVNIK, Janez**. The Hosoya polynomial of double weighted graphs. *Ars mathematica contemporanea*, ISSN 1855-3966. [Tiskana izd.], 2018, vol. 15, nr. 2, str. 441-466.
4. VIZINGER, Tea, **ŽEROVNIK, Janez**. Coordination of a retail supply chain distribution flow. *Tehnički vjesnik : znanstveno-stručni časopis tehničkih fakulteta Sveučilišta u Osijeku*, ISSN 1330-3651, Sept./Oct. 2018, god.=Vol. 25, br.=no. 5, str. 1298-1305.
5. ČEVNIK, Maja, **ŽEROVNIK, Janez**. Broadcasting on cactus graphs. *Journal of combinatorial optimization*, ISSN 1382-6905, Jan. 2017, vol. 33, iss. 1, str. 292-316.

Aljoša Peperko:

1. **PEPERKO, Aljoša**. Uniform boundedness principle for nonlinear operators on cones of functions. *Journal of Function Spaces (Print)*, ISSN 2314-8896, 2018, vol. 2018, str. 1-5.
2. MÜLLER, Vladimir, **PEPERKO, Aljoša**. On the spectrum in max algebra. *Linear Algebra and its Applications*, ISSN 0024-3795. [Print ed.], 2015, vol. 485, str. 250-266.
3. DRNOVŠEK, Roman, **PEPERKO, Aljoša**. Inequalities for the Hadamard weighted geometric mean of positive kernel operators on Banach function spaces. *Positivity*, ISSN 1385-1292, 2006, vol. 10, no. 4, str. 613-626.
4. **PEPERKO, Aljoša**, ŠTER, Janez. Pitagorov izrek. Presek : list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje, ISSN 0351-6652, 2015/2016, letn. 43, št. 6, str. 4-6, ilustr. [COBISS.SI-ID [17710937](#)]
5. NOVAK, Tina, **PEPERKO, Aljoša**, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ZAKRAJŠEK, Helena. Tehniška matematika 2 : naloge in postopki reševanja. 2. dopolnjena izd. Ljubljana: Fakulteta za strojništvo, 2019. 221 str., ilustr. ISBN 978-961-6980-56-2. [COBISS.SI-ID [298792960](#)]

Boštjan Gabrovšek

1. SUN, Jijiang, LI, Lin, CENCELJ, Matija, **GABROVŠEK, Boštjan**. Infinitely many sign-changing solutions for Kirchhoff type problems in  $R^3$ . *Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications*, ISSN 0362-546X. [Print ed.], Sep. 2019, vol. 186, str. 33-54
2. HORVAT, Eva, **GABROVŠEK, Boštjan**. The Alexander polynomial of links in lens spaces. *Journal of knot theory and its ramifications*, ISSN 0218-2165, July 2019, vol. 28, no. 8, str. 1-28.
3. **GABROVŠEK, Boštjan**, MROCZKOWSKI, Maciej. Knots in the solid torus up to 6 crossings. *Journal of knot theory and its ramifications*, ISSN 0218-2165, 2012, vol. 21, no. 11, str. 1250106-1 - 1250106-4
4. **GABROVŠEK, Boštjan**, NOVAK, Tina, POVH, Janez, RUPNIK POKLUKAR, Darja, ŽEROVNIK, Janez. Five heuristics for the k-matching problem. V: ZADNIK STIRN, Lidija (ur.), et al. SOR '19 proceedings. Ljubljana: Slovenian Society Informatika, Section for Operational Research. 2019, str. 101-106, [1.08 Objavljeni znanstveni prispevek na konferenci]