

2. kolokvij iz Matematike 1

Fakulteta za strojništvo

7. januar 2016

B

Ime in priimek: _____ Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (a) (9) Preverite, da se premici

$$p_1 : x - 3 = y - 2 = \frac{z - 1}{-2} \quad \text{in} \quad p_2 : \vec{r}(t) = (3, 0, 3) + t(-1, 0, 1)$$

sekata, in izračunajte koordinate presečišča T .

(b) (7) Izračunajte kot med premicama p_1 in p_2 .

(c) (9) Zapišite enačbo ravnine \mathcal{R} , ki bo vzporedna premicama p_1 in p_2 in bo razdalja med točko T in ravnino \mathcal{R} enaka 1. (Zapišite obe rešitvi.)

2. Dana je funkcija $g(x) = \ln \frac{7}{4+x}$.

(a) (8) Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije g .

(b) (17) Določite konstanti a in b tako, da bo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definirana z

$$f(x) = \begin{cases} -2x + a, & x \leq 1 \\ x^2 + bx + 15, & 1 < x < 3 \\ g(x), & x \geq 3, \end{cases}$$

bijektivna in nato zapišite njeno inverzno funkcijo.

3.

(a) (16) Izračunajte limiti:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 - 4x^2} - x^2),$$

$$\lim_{\varphi \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 40\varphi}{\sin^2 10\varphi}.$$

(b) (9) Za katera realna števila a in b bo spodnja funkcija zvezna?

$$f(x) = \begin{cases} a^2 \frac{x}{|x|} & x < 0, \\ b & x = 0 \\ \frac{9}{9^{-\frac{1}{x}} - 1} & x > 0. \end{cases}$$

4. (25) Na graf funkcije

$$f(x) = \frac{1 - 3x}{3 - x}$$

položite tangento, ki gre skozi točko $T(0, 1)$. Poiščite vse rešitve in zapišite enačbe vseh takih tangent.