

Čas pisanja je 90 minut. Dovoljen je A4 list s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. **Naloge naj bodo na polah vidno označene.** Vsi odgovori morajo biti dobro utemeljeni.

Naloga 1 (20 točk). Izračunajte nedoločeni integral

$$\int \frac{1}{(1 + \sin x) \tan(\frac{x}{2})} dx$$

Naloga 2 (20 točk). Izračunajte volumen vrtenine, ki jo dobite, če graf funkcije

$$f(x) = xe^x$$

zavrtimo okoli x osi na intervalu $[0, 2]$.

Naloga 3 (20 točk). Za katere vrednosti realnih parametrov a in b je sistem enačb

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6a \\ -x + y - az &= b \\ x - 3y + az &= 0 \end{aligned}$$

enolično rešljiv, nedoločen oziroma protisloven? Zapišite rešitev v primeru, ko je sistem nedoločen.

Naloga 4 (20 točk). Zapišite lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Naloga 5 (20 točk). Izračunajte splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'' - 4y' + 3y = 2e^x$$

in določite tisto rešitev, ki ustreza začetnima pogojema $y(0) = 1$, $y'(0) = -2$.