

Izpit iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

6. februar 2014

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Naj bo $a > 0$. Poiščite stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = xy^2 + x^2y + axy - 4$$

in jih klasificirajte.

2. (20) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = x^2y + y^2e^{2yz} + xz^2.$$

Utemeljite, da obstaja taka okolica U točke $(1, 0)$ in taka funkcija $g : U \rightarrow \mathbb{R}$, da je $g(1, 0) = 1$ in $f(x, g(x, z), z) = 2$ za vse $(x, z) \in U$. Izračunajte še $g_x(1, 0)$ in $g_{xx}(1, 0)$.

3. (20) Izračunajte integral

$$\int_D x^2 e^{-xy} dx dy,$$

kjer je trapez D enak $D = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2x\}$.

4. (20) Naj bo $0 < a < b$. Krogelna lupina $K_{a,b}$ naj bo dana z

$$K_{a,b} = \{(x, y, z) : a^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq b^2\}.$$

Izračunajte

$$\int_{K_{a,b}} (x^2 + y^2) dx dy dz.$$

Naj bo $c > b$. Izračunajte

$$\int_{K_{a,b}} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (c - z)^2}} dx dy dz.$$

Kot znano privzemite, da je

$$\int \frac{\sin u}{\sqrt{\alpha - \beta \cos u}} du = \frac{2}{\beta} \sqrt{\alpha - \beta \cos u} + C.$$

5. (20) Za $h > 0$ in $R > 0$ naj bo G valj s polmerom R in višino h . Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2, z \in [0, h]\}.$$

Izračunajte pretok vektorskega polja $\vec{F}(x, y, z) = (-3x^2, 4y, 5z^2)$ skozi plašč \mathcal{S} valja G (brez zgornje in spodnje osnovne ploskve). Normala naj kaže v vsaki točki plašča \mathcal{S} navzven.