

Izpit iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

6. junij 2016

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (a) (16) Določite takšno število a , da bo točka $(0, \frac{1}{3})$ stacionarna točka funkcije

$$f(x, y) = 2x^2y^2 + x^2y + ay^2 + 2y - 1.$$

Izračunajte še preostale stacionarne točke funkcije f in vse stacionarne točke tudi klasificirajte.

- (b) (4) Zapišite Taylorjev polinom druge stopnje funkcije f razvit okoli točke $(0, \frac{1}{3})$, pri zgoraj izračunanem številu a .

2. (a) (12) Zapišite splošno rešitev parcialne diferencialne enačbe

$$f_{xxy}(x, y) + 4f_{xy}(x, y) + 3f_y(x, y) = 0.$$

Namig: $g(x, y) = f_y(x, y)$.

(b)(8) Naj bo $(u, v) \mapsto F(u, v)$ dvakrat zvezno parcialno odvedljiva funkcija in naj bosta $x \mapsto s(x)$ in $x \mapsto t(x)$ dvakrat zvezno odvedljivi funkciji. Definirajmo

$$G(x) = F(s(x), t(x)).$$

Izrazite $G''(x)$ z odvodi funkcij s in t in parcialnimi odvodi funkcije F .

3. (20) Izračunajte integral

$$\int_D (xy + x \cos y) dx dy$$

kjer je D trikotnik, ki ga omejujejo x os in premici $y = x$, $y = 4 - x$.

4. (20) Za $R > 0$ naj bo območje G presek krogle K_1 (s središčem $(0, 0, 0)$ in polmerom R), krogle K_2 (s središčem $(0, 0, R)$ in polmerom R) in drugega oktanta. Drugače zapisano

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x^2 + y^2 + z^2 \leq 2Rz, x \leq 0, y \geq 0\}.$$

Izračunajte integral

$$\int_G xy \, dx dy dz.$$

5. (20) Naj bo G stožec z višino $h > 0$ in osnovno ploskvijo, ki leži v xy -ravnini in ima središče $S(0, 0, 0)$ ter polmer $R > 0$. Natančneje,

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq h - \frac{h}{R} \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Z \mathcal{S} označimo plašč stožca G (brez osnovne ploskve). Izračunajte pretok vektorskega polja $\vec{F}(x, y, z) = (xy, x^2, z^2 + x)$ skozi \mathcal{S} . Za normalo vzemite vektor, ki kaže iz telesa.