

Izpit iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

29. junij 2018

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 100 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (a) (16) Določite takšno število a , da bo točka $(\frac{1}{3}, 0)$ stacionarna točka funkcije

$$f(x, y) = 2x^2y^2 + xy^2 + ax^2 + 2x + 4.$$

Izračunajte še preostale stacionarne točke funkcije f in vse stacionarne točke tudi klasificirajte.

- (b) (4) Zapišite Taylorjev polinom druge stopnje funkcije f razvit okoli točke $(\frac{1}{3}, 0)$, pri zgoraj izračunanem številu a .

2. (20) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = xz^3 + y \ln(y^2 z) + 5y - z.$$

Utemeljite, da obstaja taka okolica U točke $(0, 1)$ in taka funkcija $g : U \rightarrow \mathbb{R}$, da je $g(0, 1) = 1$ in $f(x, g(x, z), z) = 4$ za vse $(x, z) \in U$. Izračunajte še $g_x(0, 1)$, $g_z(0, 1)$ in $g_{zz}(0, 1)$.

3. (20) Izračunajte integral

$$\int_D (xy + y \cos x) dx dy$$

kjer je D trikotnik, ki ga omejujejo y os in premici $y = x$, $y = 4 - x$.

4. (20) Naj bo $a > 0$. Telo G z gostoto $\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ leži v zgornjem polprostoru in je omejeno s sfero $x^2 + y^2 + z^2 = 4a^2$ in ravnino $z = a$. Torej

$$G = \{(x, y, z) : z \geq a, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4a^2\}.$$

Izračunajte integral

$$\int_G z\rho(x, y, z) \, dx dy dz.$$

5. (20) Telo G naj bo oblike valjastega silosa s polmerom R , višino h valjastega dela in streho v obliki pokončnega stožca z naklonom $\pi/4$. V matematičnih oznakah je

$$G = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq R^2, 0 \leq z \leq h + R - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

Izračunajte pretok polja $\vec{F}(x, y, z) = (x^3, y^3, z^2)$ skozi površino \mathcal{S} telesa G . Za normalo vzemite vektor, ki kaže iz telesa.

Namig: Gauss.