

1. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

29. november 2018

B

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vredne so zaporedoma po 25, 20, 30 in 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (a) (11) Parcialno zvezno odvedljivi funkciji f in g dveh spremenljivk naj za vse (x, y) zadoščata enačbi

$$f(x, y)^2 g(x, y) - 3e^{f(x, y)} = g(x, y).$$

Pokažite, da za vse tiste (x, y) , za katere je $f(x, y) \neq \pm 1$, velja

$$g_y(x, y) = \frac{f_y(x, y)(3e^{f(x, y)} - 2f(x, y)g(x, y))}{f(x, y)^2 - 1}$$

in izrazite tudi $g_x(x, y)$ z $f(x, y)$, $g(x, y)$ in $f_x(x, y)$.

(b) (14) Naj bo $(s, t, u) \mapsto h(s, t, u)$ dvakrat parcialno zvezno odvedljiva funkcija. Za $s(x) = x^2$, $t(x, y) = x - y$ in $u(x, y) = xe^y$ definiramo funkcijo

$$F(x, y) = h(s(x), t(x, y), u(x, y)).$$

Izračunajte $F_{yy}(x, y)$ in ga izrazite s parcialnimi odvodi funkcije h ter s funkcijami $s(x)$, $t(x, y)$ in $u(x, y)$.

2. (a) (12) Zapišite splošno rešitev enačbe

$$f_{yxx}(x, y) - 3f_{yx}(x, y) - 4f_y(x, y) = 40y.$$

Namig: $g(x, y) = f_y(x, y)$ in najprej rešujte enačbo $f_{yxx}(x, y) - 3f_{yx}(x, y) + 4f_y(x, y) = 0$.

(b) (8) Zapišite splošno rešitev enačbe

$$F_{zx}(x, y, z) = z^3 + 3yz^2e^{4x}.$$

- 3.** Dana je funkcija $f(x, y) = -y^2 - \sqrt{36 - 4x^2 - 9y^2}$.
- (a) (5) Zapišite in skicirajte definicijsko območje funkcije f .

- (b) (25) Poiščite stacionarne točke funkcije f in jih klasificirajte.

4. (25) Izračunajte možne vezane ekstreme funkcije

$$f(x, y, z) = x^2 + z^2$$

pri pogoju $3x^2 + 2y^2 + z^2 = 6$.