
Čas pisanja je 90 minut. Dovoljen je A4 list s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena. **Naloge naj bodo na polah vidno označene.** Vsi odgovori morajo biti dobro utemeljeni.

Naloga 1 (20 točk). Z uvedbo nove spremenljivke $t = \ln x$ izračunajte integral

$$\int_e^{e^2} \frac{1}{x(3 + \ln x) \ln x} dx.$$

Naloga 2 (20 točk). Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta grafa funkcij

$$f(x) = e^6 x \quad \text{in} \quad g(x) = xe^{3x}.$$

Naloga 3 (20 točk). Dani sta matriki $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ in $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$.

Za katere vrednosti realnega parametra a ima matrična enačba

$$A^T X - AB = 2X$$

le eno rešitev? Zapišite to rešitev (izrazite matriko X z A in B).

V posebnem primeru, ko je $a = 2$, izračunajte matriko X (zapišite jo z elementi).

Naloga 4 (20 točk). Določite vse stacionarne točke funkcije dveh spremenljivk

$$f(x, y) = (x - 1)^3 + xy^2 - 2y^2 - 12x + 3$$

in jih klasificirajte.

Naloga 5 (20 točk). Poiščite splošno rešitev linearne diferencialne enačbe prvega reda

$$xy' + 4y = 4x^4$$

in določite tisto rešitev, ki zadošča začetnemu pogoju $y(1) = 3$.

Veliko uspeha pri reševanju!